a cura di Monica Castiglioni - xmcarter@email.it

1° COMPITINO (A) - 14.4.2003

Problemi:

1) Un bombardiere vola orizzontalmente con una velocità di 990 km/h rispetto al suolo e ad una altezza di 3 km. Trascurando gli effetti della resistenza dell'aria calcolare:

(a) La distanza tra il punto in cui la bomba colpisce il suolo e il punto individuato dalla verticale passante per l'aereo nel momento in cui viene sganciata la bomba;

(b) L'energia cinetica della bomba al momento dell'impatto se la sua massa è 50 kg.

2) Un blocco sale a velocità costante lungo un piano inclinato sotto l'azione di una forza costante parallela al piano stesso. Se il lavoro compiuto dalla forza per spostare il blocco di 10 cm lungo il piano è pari a 0,06 J e se il piano forma un angolo di 30° con l'orizzontale, calcolare il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e il piano. (La massa del corpo è 100 g).

3) La velocità di un pendolo lungo 1 m quando forma un angolo di 10° con la verticale è 0,25 m/s. Calcolare la velocità quando il pendolo si trova nella posizione verticale.

Domande:

1) Siano v_0 e v le velocità nei punti x_0 e x di una particella che si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione a. Dimostrare che vale la relazione

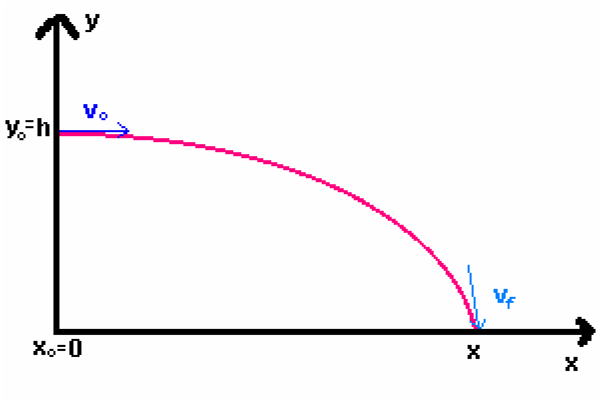
$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0)$$

2) Dimostrare che l'energia potenziale di una molla con costante elastica k spostata di un tratto x rispetto alla posizione di equilibrio vale

$$U = (k/2)\,x^2$$

Soluzioni

1)



Trasformo i dati in unità del S.I.
h = 3 km = 3000 m
v_0 = 990 km/h = 275 m/s

(a)
Si può calcolare in due modi:

(I) *Si calcola il tempo impiegato a raggiungere terra conoscendo il punto di partenza dall'alto, sapendo che è un moto uniformemente accelerato dalla forza di gravità:*

$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Sostituendo $y = 0$, $a = - g$, $v_0 = 0$ *(la componente y della velocità iniziale è nulla):*

$0 = y_0 - \frac{1}{2} g\, t^2$

$t = \sqrt{2\, y_0 / g}$

Trovato il tempo, lo si usa nella formula del moto uniforme per x *(non c'è nessuna forza che agisce nel verso di* x *perché si suppone la resistenza dell'aria nulla in tutte le direzioni).*

$x = x_0 + v\, t$

(II) *Si può trovare senza calcolare il tempo usando la formula del moto del proiettile:*

$y = y_0 + \tan\Theta_0 \, x - (g\, x^2) / (2\, v_0^2 \cos^2\Theta_0)$

Ponendo $y = 0$, $\tan\Theta_0 = 0$ e $\cos\Theta_0 = 1$ *(perché l'angolo iniziale con* x *è* 0*), si ottiene:*

$0 = y_0 - (g\, x^2) / (2\, v_0^2)$

Da cui

$x = \sqrt{(2\, y\, v_0) / g}$

In **(I)** *si evita la trigonometria e in* **(II)** *si usa una sola formula.*

(b) *L'energia cinetica della bomba all'arrivo a terra è:*

$K = ½\, m\, v^2$

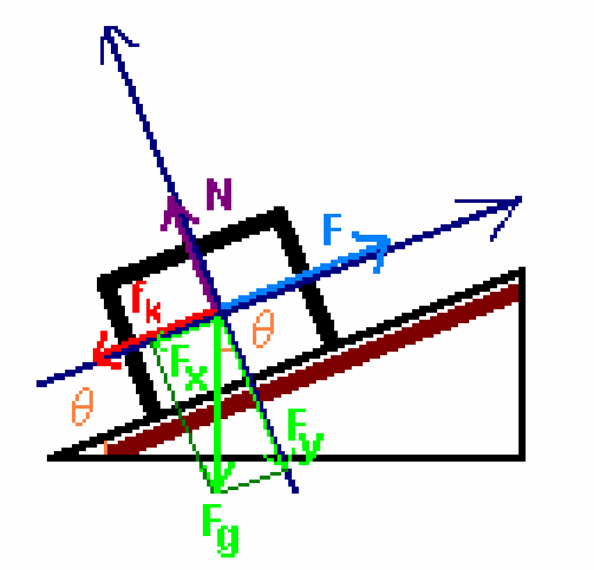
Attenzione: v *è quella finale, quindi va calcolata!!*

Per calcolarla si può usare $v = v_0 + a\, t$ *(formula in cui serve il tempo calcolato con* **(I)***) oppure con* $v^2 = v_0^2 - 2\, g\, (x - x_0)$.

Trovata la componente y *della velocità si trova il modulo al quadrato della velocità bidimensionale (è inutile fare la radice quadrata perché nella formula dell'energia cinetica è al quadrato, né serve sapere l'inclinazione della velocità rispetto all'asse* x *perché serve solo il modulo della velocità):*

$v^2 = v_y^2 + v_x^2$

2)



Dati in unità S.I.:

$d = \Delta x = x - x_0 = 0{,}10$ m

$\Theta = 30°$ *(nel S.I. dovrebbe essere in radianti, ma si possono usare anche i gradi)*

$L = 0{,}06$ J

$m = 0{,}1$ kg

Il diagramma delle forze e il testo del problema ci dicono che:

In **y** *non c'è moto, per cui la forza normale compensa completamente la componente* $F_y = -m\, g \cos \Theta$ di F_g, *la forza di gravità*.

In **x** *c'è un moto rettilineo uniforme e visto che il problema ci dice che c'è attrito, un piano inclinato e una forza che spinge, sappiamo che la risultante delle forze deve essere nulla (1^ legge di Newton o Principio di Inerzia di Galileo):*

$F - f_k - m\, g \sin\Theta = 0$

(F = forza applicata)

$f_k = \mu_k N$

$N = m g \cos \Theta$

Da cui

$m a - \mu_k m g \cos \Theta - m g \sin \Theta = 0$

L'incognita è μ_k *e noi abbiamo il Lavoro.*

$m a - \mu_k m g \cos \Theta - m g \sin \Theta = 0$

La massa è diversa da 0, quindi possiamo semplificarla dalla formula.

$a - \mu_k g \cos \Theta - g \sin \Theta = 0$

Conosciamo l'accelerazione, trovandola dal lavoro:

Supponendo la F costante:

$L = F d \cos\Theta$

Essendo i vettori **F** *e* **d** *concordi per direzione e verso,* $\cos\Theta = 1$.

$L = F d$

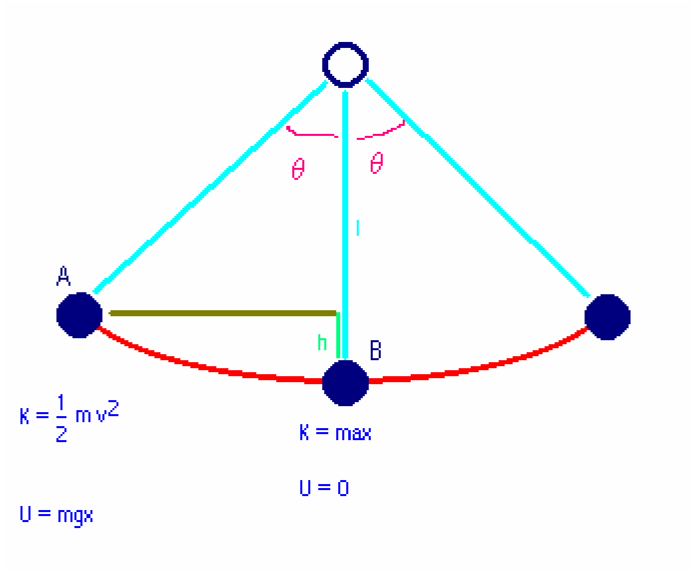
Da cui: $F = L / d$

E quindi $a = F / m$

$\mu_k = (a - g \sin \Theta) / (g \cos \Theta)$

Sostituendo i valori trovati o le formule si ottiene μ_k.

3)



Tengo presente la **definizione di AleX***: "Un pendolo è un oggetto che trasforma energia potenziale in energia cinetica e viceversa".*

Questo mi permette di scrivere le relazioni poste sul disegno. In assenza di attrito e resistenza dell'aria tutta l'energia cinetica del pendolo in verticale si trasforma in energia potenziale del pendolo nel momento in cui è più in alto. Noi abbiamo però un momento intermedio, per cui, per il teorema della conservazione dell'energia meccanica (in assenza di attrito e lavoro esterno):

$\Delta E_{mec} = 0$

$\Delta E_{mec} = \Delta U + \Delta K$

Da cui:

$U_A + K_A = U_B + K_B$

Essendo $U_B = 0$

$K_B = U_A + K_A$

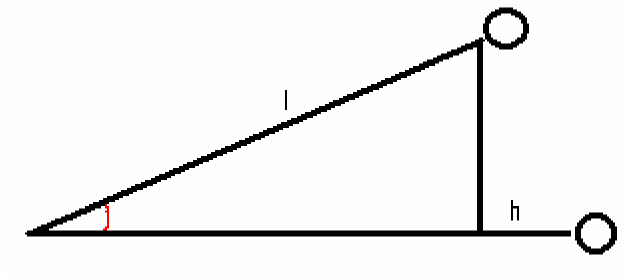
$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_A^2$

Da cui:

$v_B = \sqrt{2(mgh + \frac{1}{2} m v_A^2)/m}$

$v_B = \sqrt{2g\, h + v_A^2}$

Con h *si indica il dislivello tra il peso in* A *e il peso in* B*, che si ottiene usando la trigonometria:*



$h = l - l \cos\Theta$

$v_B = \sqrt{2g\,(l - l \cos\Theta) + v_A^2}$

Fine

Soluzioni a cura di Monica Castiglioni - xmcarter@email.it